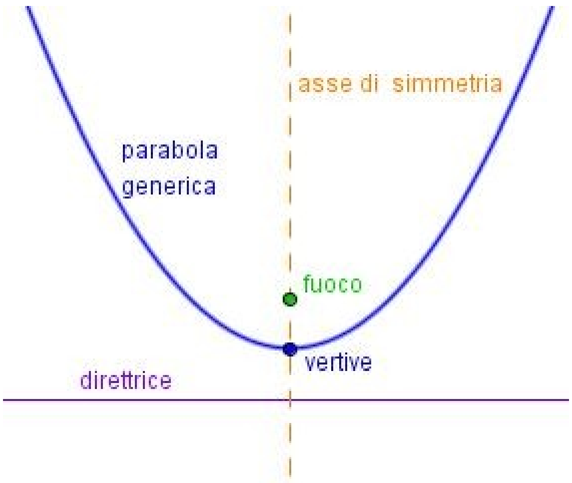
-PARABOLA-

"***la parabola** è il luogo geometrico di punti di un piano equidistanti da un punto fisso, detto **fuoco**, e una retta data, detta **direttrice**."*

Enti fondamentali di una parabola:

Fuoco: punto particolare non appartenente alla parabola, se invece appartenesse a quest'ultima la parabola degenererebbe nella retta passante per il fuoco e perpendicolare alla direttrice.



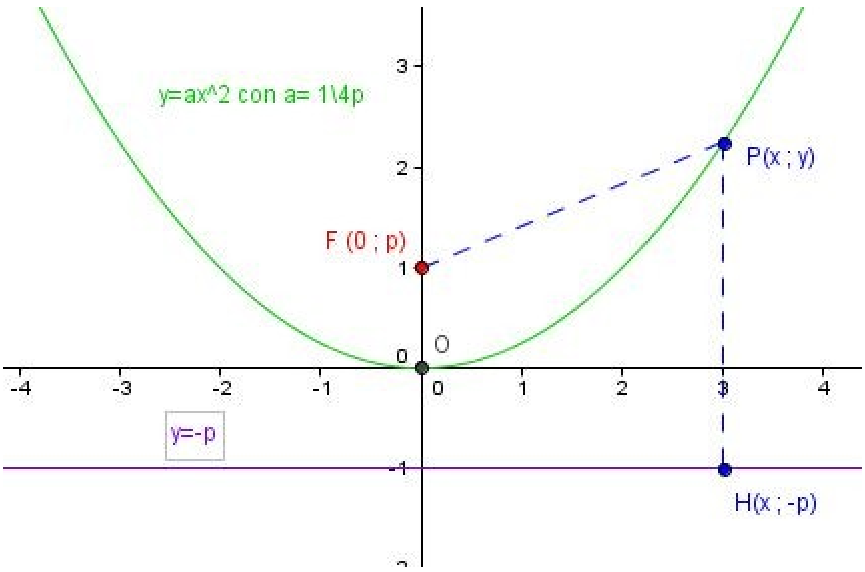
Direttrice: retta data, la cui distanza con il vertice è congruente a quella tra il fuoco e lo stesso vertice.

Asse di simmetria: è una retta passante per il fuoco, contemporaneamnete è perpendicolare alla direttrice.

Vertice: punto appartenente alla parabola, che per definizione è equidistante dal fuoco e dalla direttrice perciò è il loro punto medio, inoltre la sua distanza è quella più piccola che si possa prendere.

Parabola di equazione $y = ax^2$:

$y = ax^2$ è una parabola definita nel piano cartesiano che ha come vertice V (0;0), ovvero l'origine, come fuoco un punto appartenente all'asse delle ordinate e come direttrice una retta parallela all'asse delle ascisse.

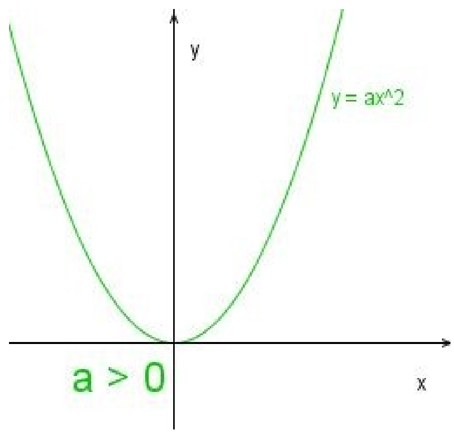


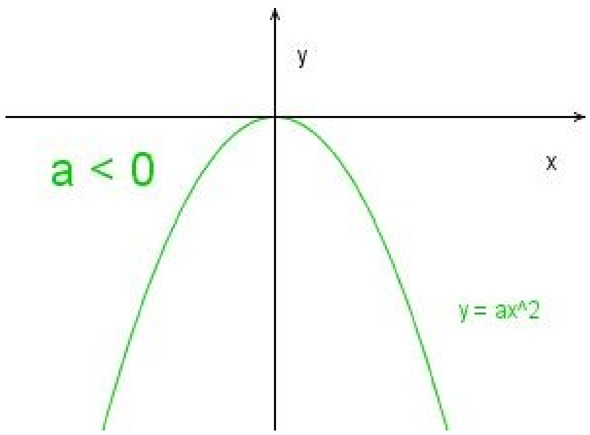
- Il fuoco F, con $p \neq 0$, avrà coocrdinate F (0, p).
- La direttrice avrà equazione $y = -p$.
- Il punto H, proiezione ortogonale dell punto P sulla direttrice. H (x ; - p)
- Il punto P generico del piano appartenente alla parabola. P (x ; y)

$$P \in \gamma \leftrightarrow \overline{PF} \equiv \overline{PH}$$

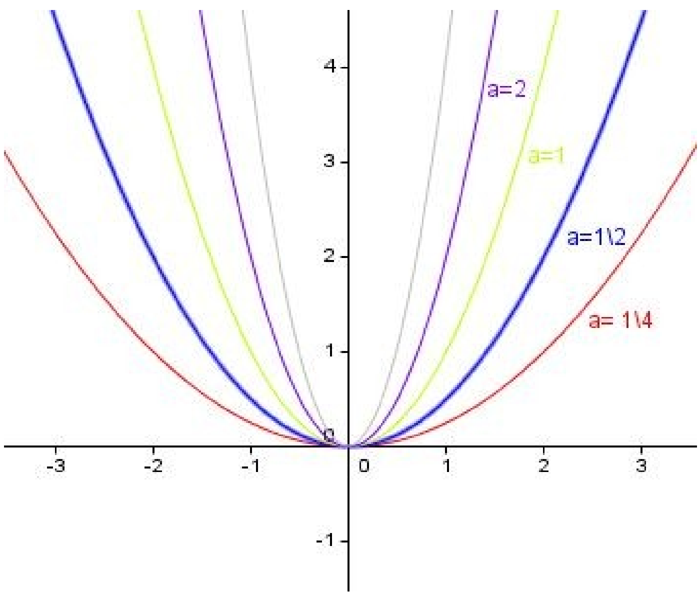
Perciò avremo questa equazione: $\sqrt{x^2 + (y - p)^2} = | y + p |$ ---> $y = (¼ . P) x^2$
sostituiamo al valore (¼ . P) al coefficente **a** , detto anche coefficente angolare della parabola otterremo l'equazione $y = ax^2$ in funzione del coefficente **a** :

- **a > 0** allora y > 0 per qualunque valore di x ≠ 0, perciò la **concavità** della parabola **è rivolta verso l'alto**
- **a < 0** allora y < 0 per qualunque valore di x ≠ 0, perciò la **concavità** della parabola **è rivolta il basso**



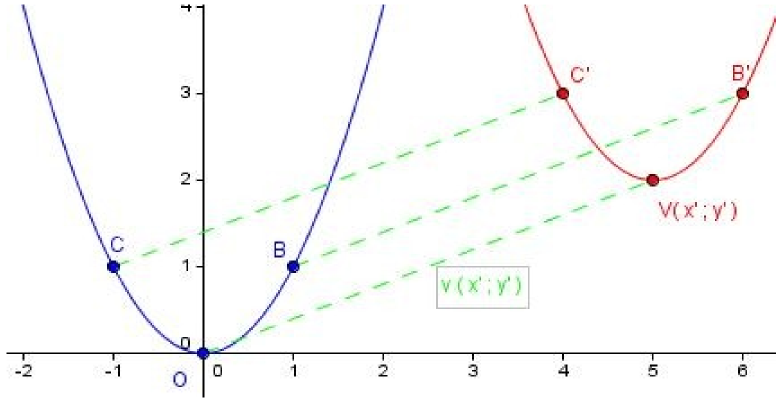


N.B: il coefficente assoluto | **a** | equivale al grado di apertura della parabola, poiché se applicassimo una dilatazione o un omotetia il coefficente di dilatazione equivalrebbe appunto ad **a.**



Parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$:

$y = ax^2 + bx + c$ è una parabola definita nel piano cartesiano che ha come vertice V (x' ; y'), come direttrice una retta d parallela all'asse delle ascisse e come asse di simmetria una retta s, parallela all'asse delle ordinate.



Possiamo notare in oltre che la parabola, di equazione $y = ax^2 + bx + c$, è una traslazione di vettore v (x', y') della parabola passante dall'origine, $y = ax^2$.

$$\gamma_0: \ y = ax \rightarrow \gamma: y-y' = a(x-x')^2$$
$$[x \rightarrow x-x' \ \wedge \ y \rightarrow y-y']$$

Svolgendo i calcoli noteremo che la parabola varia in funzione di tre fattori che assoceremo a tre coefficenti a, b e c, perciò l'equazione diventerà:

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

N.B: il trinomio $ax^2 + bx + c$ rappresenta la funzione quadratica avente il discriminante equivalente a Δ.

- Discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Equazione dell'asse di simmetria:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

- Coordinate del vertice:

$$\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

- Coordinate del fuoco:

$$\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

- Equazione della direttrice:

$$y = -\frac{1+\Delta}{4a}$$

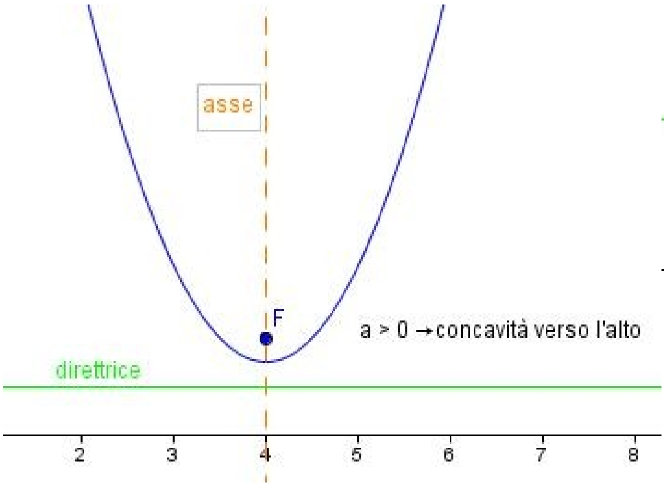
– **a > 0** allora $y > 0$ per qualunque valore di $x \neq 0$, perciò la **concavità** della parabola **è rivolta verso l'alto**

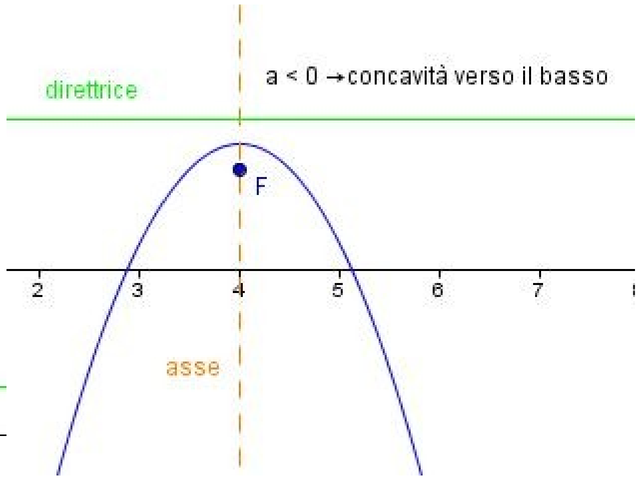
– **a < 0** allora $y < 0$ per qualunque valore di $x \neq 0$, perciò la **concavità** della parabola **è rivolta il basso**

– **b = 0 ^ c ≠ 0** parabola di vertice V(0 ; c) e asse di simmetria parallela alle asse delle ordinate. $y = ax^2 + c$

– **b ≠ 0 ^ c = 0** parabola passante per l'origine. $y = ax^2 + bx$

– **b = 0 ^ c = 0** viene annullata la traslazione, perciò l'equazione ritorna $y = ax^2$.





Parabola di equazione $x = ay^2 + by + c$:

$x = ay^2 + by + c$ è una parabola definita nel piano cartesiano che ha come enti fondamnetali, quelli della parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ simmetrizzati rispetto alla bisettrice del 1°-3° quadrante.

- Discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Equazione dell'asse di simmetria:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

- Coordinate del vertice:

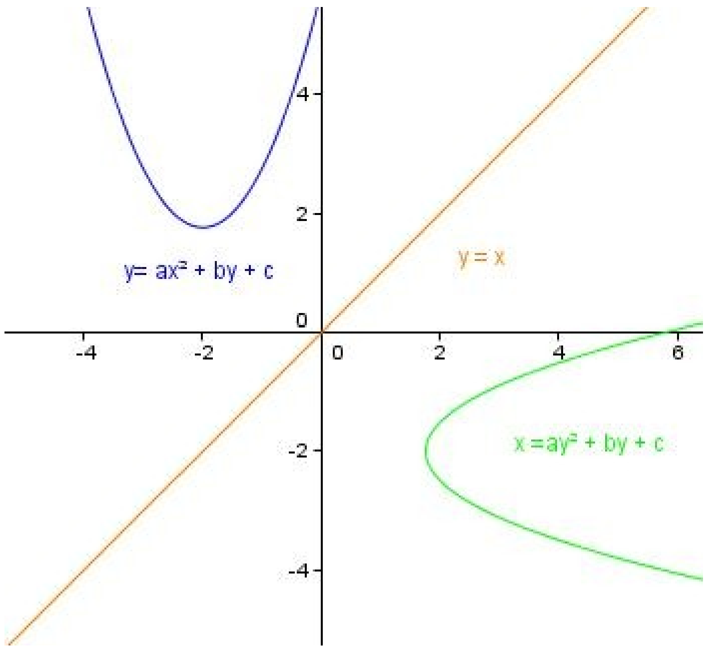
$$\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

- Coordinate del fuoco:

$$\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

- Equazione della direttrice:

$$y = -\frac{1+\Delta}{4a}$$



Merignati Matteo